Méthodes d'accélération de Monte-Carlo adaptées à des modèles simples en Réseaux de Petri

M. Estécahandy[†,‡,*], L. Bordes[†,*], S. Collas[‡,*], C. Paroissin[†,*]

[†]LMA, Université de Pau et des Pays de l'Adour, 64000, PAU, France.
[‡]TOTAL, 64000, PAU, France.
[*]maider.estecahandy@total.com, laurent.bordes@univ-pau.fr, stephane.collas@total.com, christian.paroissin@univ-pau.fr

1. Introduction

Dans le milieu pétrolier, obtenir des indicateurs de fiabilité précis sur des barrières instrumentées de sécurité (HIPS) est un enjeu important. Étant donné la constante évolution du contexte opératoire de ces équipements (installation sous-marine, changement climatique, politiques de maintenances sophistiquées, ...), l'analyse fiabiliste de ces barrières devient de plus en plus difficile à mettre en œuvre. De fait, les langages de modélisation usuels et les méthodes analytiques et numériques de calculs standards apparaissent de moins en moins adaptés pour prendre en compte la complexité des modèles mathématiques sous-jacents. Une solution alternative efficace est la simulation de Monte-Carlo (MC) combinée aux Réseaux de Petri (RdP) [1]. Néanmoins, obtenir des indicateurs de fiabilité précis sur ces équipements très fiables demeure un sérieux défi. En effet, la simulation d'événements rares nécessite un temps de simulation très long. Afin de répondre à cette problématique, des techniques d'accélération de Monte-Carlo ont été développées telles que l'*Importance Sampling* et le *Multilevel Splitting* [2] . Toutefois, ces approches nécessitent d'avoir une connaissance approfondie du modèle mathématique du système et sont fortement dépendantes du choix de paramètres qui sont difficiles à déterminer de manière automatique. Il s'ensuit que ces méthodes sont en pratique difficilement adaptables aux RdP. Une technique moins courante consiste à tronquer à droite les distributions des événements menant le plus directement à l'événement d'intérêt. On se réfère à la Méthode de Conditionnement Temporel [3] (MCT), également appelée *Failure Forcing* [4] dans le cadre markovien. Cette technique ne nécessite pas de connaître les lois intervenant dans le modèle, mais est uniquement définie lorsque l'événement d'intérêt est absorbant. Par conséquent, afin de remédier à ce problème, nous introduisons dans un premier temps une extension de MCT (EMCT) pour des modèles simples représentant des cycles de vie répétés où la défaillance qui mène à l'événement rare est soit directe, soit en conflit avec d'autres types de pannes. Ensuite, nous proposons une procédure informatique, valable uniquement si les composants sont indépendants, et nous la combinons enfin à la EMCT. Par suite, notre but est d'évaluer la *Probability of Failure on Demand* (PFD) de ces HIPS quelle que soit leur structure. Ainsi, nous présentons des résultats numériques qui illustrent le potentiel de ces méthodes.

2. Analyse fiabiliste

Dans le domaine de la sûreté de fonctionnement, l'une des principales quantités d'intérêt mesurant les performances d'un HIPS est la PFD. Nous proposons la définition suivante.

Définition 2.1 *L'indicateur* $\mathrm{PFD}(t)$ *correspond à l'indisponibilité instantanée à l'instant* t *d'un système relatif à la sécurité le rendant incapable d'accomplir correctement sa fonction de sécurité. Cette quantité est définie de la manière suivante pour tout* $t \in \mathbb{R}^+$ *:*

$$\mathrm{PFD}(t) = \mathbb{P}\left(\Phi(X(t)) = 0\right)$$

où :

— $X(t) = (X_1(t), X_2(t), \ldots, X_m(t)) \in \{0,1\}^m$ *est l'état des* m *composants du système à l'instant* t *;*

— Φ *est une fonction de* $\{0;1\}^m$ *dans* $\{0;1\}$*, type fonction de structure, où 0 représente l'ensemble des états indésirés du système et 1 les états complémentaires.*

Nous avons formalisé la PFD pour trois différentes structures de composants.

1. un composant qui tombe en panne selon une loi de probabilié quelconque et est réparé durant des campagnes d'inspections ;
2. un composant qui a p pannes différentes en conflit. Ces pannes apparaissent et sont réparées selon des lois quelconques. La panne d'intérêt est la première panne ;
3. un composant qui possède une panne de type 1 en conflit avec une panne de type 2. La panne d'intérêt est la $1^{\text{ère}}$ panne.

3. Extension de MCT (EMCT)

Comme indiqué dans l'introduction, nous proposons une extension de MCT qui s'adapte à des cycles de vie répétés où l'événement d'intérêt est soit direct, soit en conflit avec p autres événements.

Principe 3.1 *Le principe d'EMCT, pour estimer* $\mathrm{PFD}(t)$, *est de conditionner chaque événement en conflit de durée* $\xi^{(1)}, \ldots, \xi^{(p)}$ *de sorte que la durée de l'événement la plus courte soit inférieure à un délai positif* $\Delta \geqslant t$ *. Nous notons* $\tilde{\xi}^{(k)}$, *pour* $k = 1, \ldots, p$, *les durée conditionnées correspondantes. Leur distribution est donnée, pour tout* $k \in \{1, \ldots, p\}$, *par :*

$$\mathcal{L}(\tilde{\xi}^{(k)}) = \mathcal{L}\left(\xi^{(k)} \mid \min\left(\xi^{(1)}, \ldots, \xi^{(p)}\right) \leq \Delta\right).$$

Par suite, en appliquant le Principe 3.1, nous avons calculé les PFD associées aux systèmes de la Section 2, ce qui nous a permis d'obtenir un facteur de déconditionnement pour chaque structure.

4. Méthode de Dissociation

Cette procédure qui peut être associée à la méthode de Monte-Carlo (MC) classique ou combinée à EMCT est décrite de la manière suivante.

Principe 4.1 *Nous supposons les* m *composants du système indépendants. Au lieu d'observer le comportement conjoint de ces* m *composants au cours de* n *simulations, cette méthode, dite de Dissociation, consiste à observer chacun des* m *comportements individuellement. Ainsi, la première étape revient à simuler* n *fois chaque processus univarié indépendamment. Dans un deuxième temps, nous combinons chacun des comportements individuels entre eux afin d'obtenir le comportement global du système. En d'autres termes, la seconde étape est une phase de post-traitement des* n *simulations, qui permet de croiser tous les cas possibles afin d'obtenir au final* n^m *observations.*

Cette méthode présente un intérêt si nous considérons, par exemple, un système de deux composants réparables avec deux réparateurs disponibles. Cependant, dans le cas où un seul réparateur est à disposition, elle ne pourra pas être appliquée.

5. Exemples numériques

Pour chacune des structures présentées dans la Section 2, nous avons estimé la PFD à l'instant $t = 8759$ de systèmes constitués de 1 à 4 composants identiques en parallèle. Afin d'illustrer les résultats obtenus, nous présentons dans la Table 1 ceux de la structure 2 pour 1 et 2 composants en parallèle [1]. Pour chaque composant, la loi de défaillance de la 1$^{\text{ère}}$ panne suit une loi $\mathrm{Exp}(5 \times 10^{-6})$ [2] et de la 2$^{\text{ème}}$ une loi $\mathrm{Exp}(1.74 \times 10^{-4})$. Les deux pannes sont réparées selon une loi $\mathrm{Exp}(1.742 \times 10^{-1})$. Pour chacune des méthodes, l'estimateur est obtenu après 1 000 000 de simulations. Lorsque l'événement n'est pas très rare ($\mathrm{PFD}(t) > 10^{-5}$), réaliser 1 000 000 de simulations semble suffisant pour observer que EMCT donne de meilleurs résultats que MC pour un temps de calcul équivalent. Par contre, lorsque la quantité d'intérêt devient très rare ($\mathrm{PFD}(t) \leq 10^{-9}$), ce nombre de simulations ne permet pas d'obtenir d'estimateurs avec MC et EMCT. Cependant, nous pouvons observer que les combinaisons avec la méthode de Dissociation permettent d'améliorer significativement les résultats obtenus quel que soit le degré de rareté de l'événement d'intérêt. Des algorithmes sont en cours de traitement afin de moyenner diffèrentes estimations pour obtenir des estimateurs plus stables.

Nb de comp. en //	1		2	
	PFD(8759)=2.9×10^{-5}		PFD(8759)=8.2×10^{-10}	
	$\widehat{\mathrm{PFD}}$(8759) $\widehat{\sigma}$(8759)	Durée (sec)	$\widehat{\mathrm{PFD}}$(8759) $\widehat{\sigma}$(8759)	Durée (sec)
MC	2.2×10^{-5} 4.7×10^{-6}	6294	0 0	8489
EMCT	2.5×10^{-5} 3.7×10^{-6}	6397	0 0	22996
MC-DISS			8.1×10^{-10} 2.2×10^{-10}	15472
EMCT-DISS			7.5×10^{-10} 1.6×10^{-10}	25097

TABLE 1 – Analyse comparative de la structure 2

Bibliographie

1. IEC 62551 ed1.0, "Analysis techniques for dependability - Petri net techniques", International Electrotechnical Commission, Geneva, 2012.
2. B. Tuffin, "Introduction to rare event simulation", Inria Rennes (France), AEP9, 2008.
3. R. Garnier, "Une méthode efficace d'accélération de la simulation des réseaux de Petri stochastiques ", Thesis, Bordeaux 1 university (France), 1998.
4. E.E. Lewis, F. Böhm, "Monte Carlo simulation of Markov unreliability models", Nuclear Engineering and Design, vol. 77, issue 1, pp. 49—62, 1984.

1. Les programmes ont été implémentés avec le logiciel $\mathcal{R}$.

2. Nous avons pris des lois exponentielles uniquement afin de faire des comparaisons avec des valeurs analytiques. $\mathrm{Exp}(\lambda)$ signifie loi exponentielle de taux de défaillance λ.