



Les Mathématiques et les Robots à Câbles

Julien Alexandre dit Sandretto

Fête de la science 2012

CIV

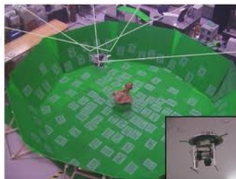
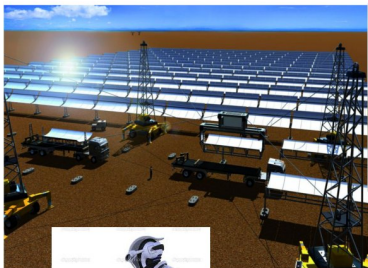
Doctorant

Inria Coprin

October 11, 2012

Selon vous...

Qu'est ce qu'un robot à câbles ?



Videos de robot à câbles

Pourquoi des câbles ?

Les câbles sont:

- ▶ Grands : jusqu'à 10, 50 ou même 500 mètres
- ▶ Légers : environ 7-10 grammes par mètre
- ▶ Solides : jusqu'à plusieurs tonnes

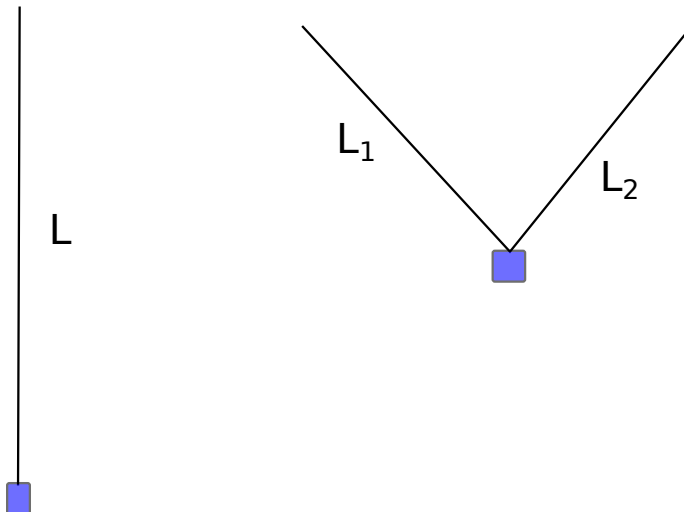
3,4 ou 8 câbles

L'union fait la force !

- ▶ Plus fort
- ▶ Plus précis
- ▶ Plus rapide
- ▶ Plus loin

qu'une simple grue, mais...

Où est le mobile ?



Démonstration...

avec le robot !

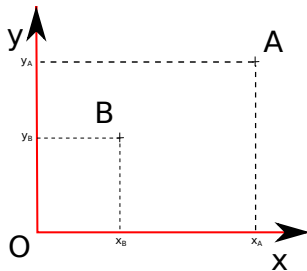
Discussion

On connait un outil puissant pour les problèmes physiques..

...Les Mathématiques !

Petits rappels

Repères, coordonnées...

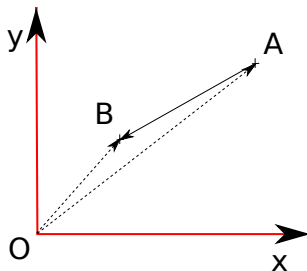


Ici les coordonnées de A et B sont :

$$A = \{x_A, y_A\} \text{ et } B = \{x_B, y_B\}.$$

Petits rappels

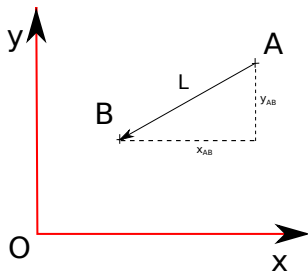
Chasles



- ▶ $\vec{OA} + \vec{AB} = \vec{OB}$
 $\Rightarrow \vec{AB} = \vec{OB} - \vec{OA}$
- ▶ Calcul de la somme de deux vecteurs.

Petits rappels

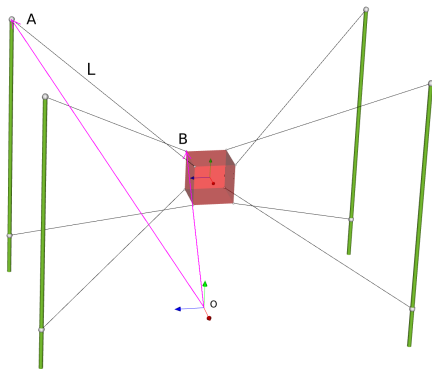
Pythagore



- ▶ $L^2 = (x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2$
 $\Rightarrow L = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
- ▶ Calcul de la norme d'un vecteur $|AB| = L$.

Discussion

Pour notre robot



- ▶ \overrightarrow{OA} : géométrie définissant notre robot (position d'un moteur)
- ▶ \overrightarrow{AB} le câble et L la longueur du câble
- ▶ \overrightarrow{OB} : position du mobile

Notre robot

Equation de notre robot :

$$L = |\vec{AB}| \quad (1)$$

$$\Rightarrow L = |\vec{OB} - \vec{OA}| \quad (2)$$

Si les coordonnées du mobile, point B , sont (x, y) , alors

$$L = \sqrt{(x - x_A)^2 + (y - y_A)^2} \quad (3)$$

Que peut on calculer ?

- ▶ **Longueurs des câbles** en fonction de la position du mobile
- ▶ **Position du mobile** en fonction des longueurs des câbles

Comment ?

Longueur des câbles

Directement en utilisant la formule (3) pour chaque câble !

$$\left\{ \begin{array}{l} L_1 = \sqrt{(x - x_{A1})^2 - (y - y_{A1})^2} \\ L_2 = \sqrt{(x - x_{A2})^2 - (y - y_{A2})^2} \\ L_3 = \sqrt{(x - x_{A3})^2 - (y - y_{A3})^2} \\ L_4 = \sqrt{(x - x_{A4})^2 - (y - y_{A4})^2} \end{array} \right.$$

Position du mobile

Il faut résoudre le système d'équations dont les inconnues sont x, y
 \Rightarrow intersection de cercle, moindres carrés, etc...

La commande d'un robot

- ▶ Commande enroulement (articulaire) :
Pas de mathématiques et trajectoire difficile
- ▶ Commande en position (cartésienne) :
Avec un peu de mathématiques la trajectoire est plus facile

Démonstration !

Conclusion

Discussion

Plus loin

- ▶ Espace de travail géométrique
- ▶ La tension et la nature des câbles
- ▶ Position des points A
- ▶ La commande en vitesse
- ▶ Langage interprété et événementiel