Mathématiques, courants marins et autres modèles géophysiques.

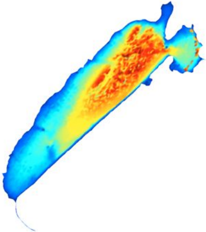
Antoine ROUSSEAU,
INRIA, Equipe LEM0N

Café IN - Sophia, 18 décembre 2014

Plan de l'exposé

1. Mathématiques et courants marins
   - Expérience : fabriquer son propre Gulf Stream
   - Modélisation
     - Écrire les équations aux dérivées partielles
     - Passer la main à l'ordinateur
     - Valider les résultats
   - Faire des prévisions
2. Quelques autres exemples d'applications
   - Encore l'océan !
   - Quand l'océan et l'atmosphère discutent ensemble
   - Pollution et dépollution
   - Avalanches

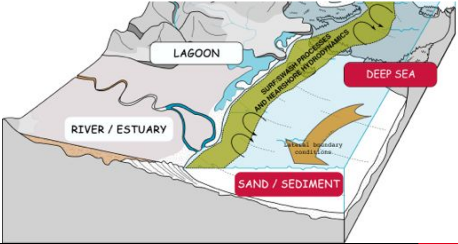
LEM0N



LEM0N : Littoral, Environnement,

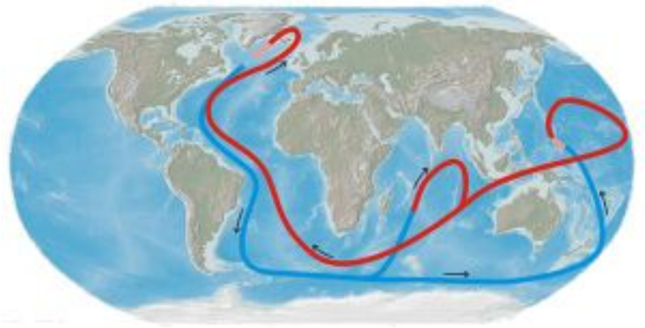
Modèles et Outils Numériques

MOdels and Numerics



Plan de l'exposé

Les grands courants planétaires



,

Equations dans l'océan

Inconnues du modèle (dépendant du temps t et de l'espace (x, y, z)) :

- vitesses des courants $\vec{U}(t, x, y, z)$
- pression $p(t, x, y, z)$
- température $T(t, x, y, z)$
- salinité $S(t, x, y, z)$

Les équations de circulation générale sont des *équations aux dérivées partielles*, obtenues à partir des équations de Navier-Stokes sur une sphère tournante, avec quelques hypothèses supplémentaires...

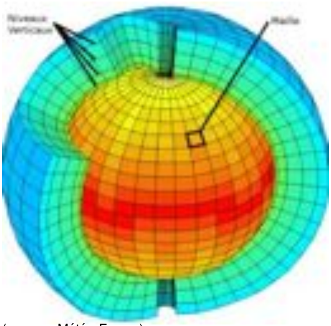
Elles sont très complexes : impossible de trouver une solution explicite, et même impossible en général de prouver mathématiquement l'existence et l'unicité d'une solution !...

Ce sont des équations d'évolution : en fonction des conditions initiales $(\vec{U}, p, T, S)|_{t=0}$, elles décrivent l'évolution au cours du temps de ces variables.

Equations primitives de l'océan à grande échelle

$$
\left\{
\begin{array}{rcl}
\dfrac{\partial u_x}{\partial t} + (u_x\partial_x + u_y\partial_y + u_z\partial_z)u_x + \frac{1}{\rho_0}\partial_x p - f u_y & = & F_{u_x} \\
\dfrac{\partial u_y}{\partial t} + (u_x\partial_x + u_y\partial_y + u_z\partial_z)u_y + \frac{1}{\rho_0}\partial_y p + f u_x & = & F_{u_y} \\
\partial_z p & = & F_{u_z} - \rho(T,S)g \\
\partial_x u_x + \partial_y u_y + \partial_z u_z & = & 0 \\
\dfrac{\partial T}{\partial t} + (u_x\partial_x + u_z\partial_z + u_z\partial_z)T & = & F_T \\
\dfrac{\partial S}{\partial t} + (u_x\partial_x + u_z\partial_z + u_z\partial_z)S & = & F_T \\
+ \text{ conditions aux limites} & & \\
+ \text{ conditions initiales} & &
\end{array}
\right.
$$

Résolution numérique : discrétisation sur une grille



(source : Météo-France)

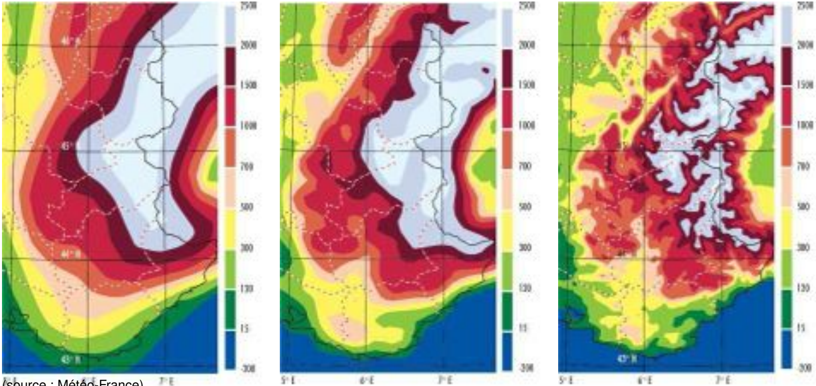
On fait un "maillage" 3D du domaine. Sur chaque maille on approche les fonctions inconnues du modèle par une valeur.

$\Rightarrow$ Au lieu de résoudre les équations en cherchant des fonctions inconnues comme $\vec{U}(t,x,y,z)$, on cherche maintenant des vecteurs inconnus $\vec{U}(t_n,x_i,y_j,z_k)$.

Ça s'appelle discrétiser les équations, autrement dit se ramener à des équations en dimension finie (mais quand même très grande : le nb de degrés de liberté est de plusieurs dizaines de millions).

Taille des mailles : un compromis entre la précision et le temps de calcul

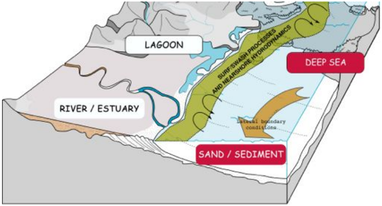
Le relief des Alpes vu par

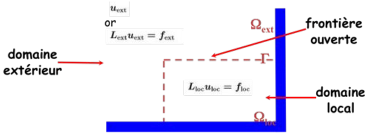


(source : Météo-France)

ARPEGE (15 km)   ALADIN (10 km)   AROME (2.5 km)

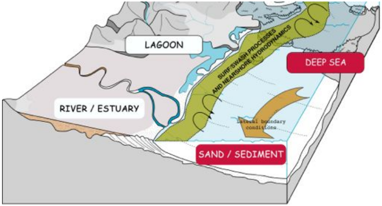
Coupler des modèles : de la diplomatie !

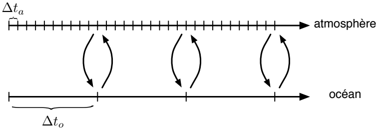




Se placer à l'interface entre les modèles

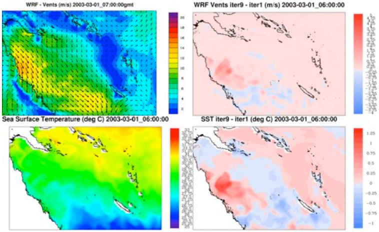
Coupler des modèles : de la diplomatie !





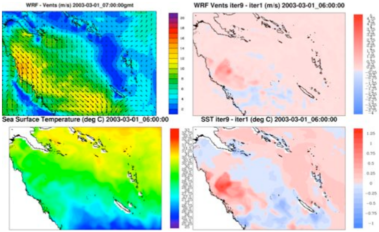
Gérer des échelles de temps différentes

Deux couplages de modèles bien réussis



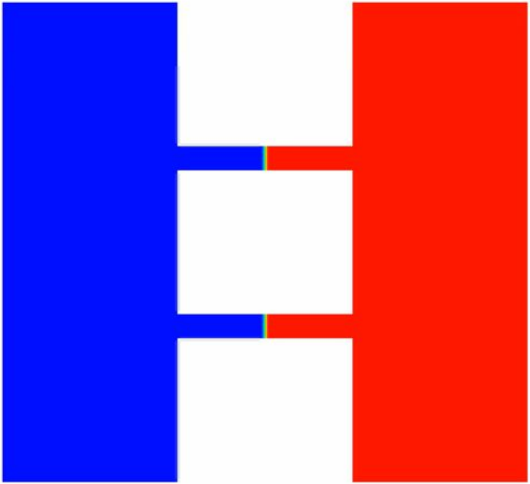
F. Lemarié (MOISE)

Deux couplages de modèles bien réussis



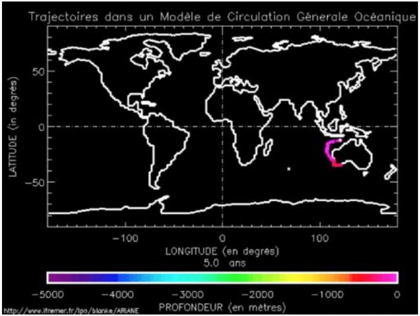
F. Lemarié (MOISE)

Validation des modèles



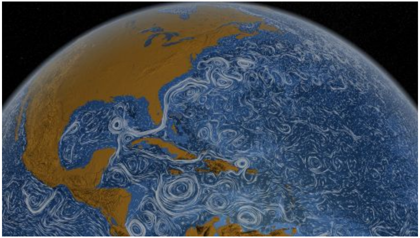
Seb Minjeaud, CASTOR

Sans l'ordinateur, on ne pourrait pas faire ça !



Bruno Blanke, CNRS

Et encore moins ça !



Perpetual Ocean, NASA

Plan de l'exposé

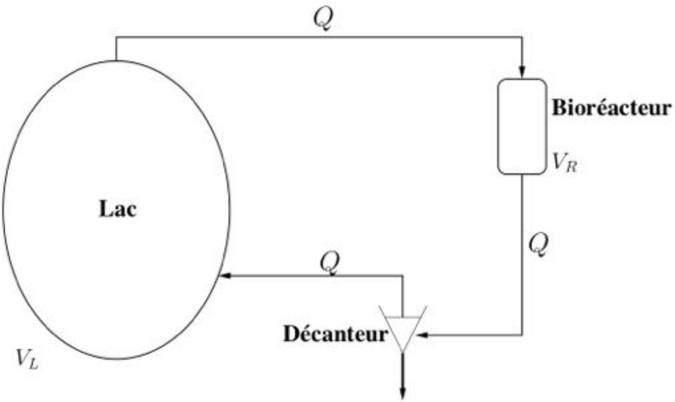
Simulations de l'océan à (très) grande échelle

L. Debreu, MOISE

Simulations de l'ouragan Katrina

F. Lemarié, MOISE

Problème de dépollution de lac



Voir `http://depollution.inria.fr`

Problème de dépollution de lac

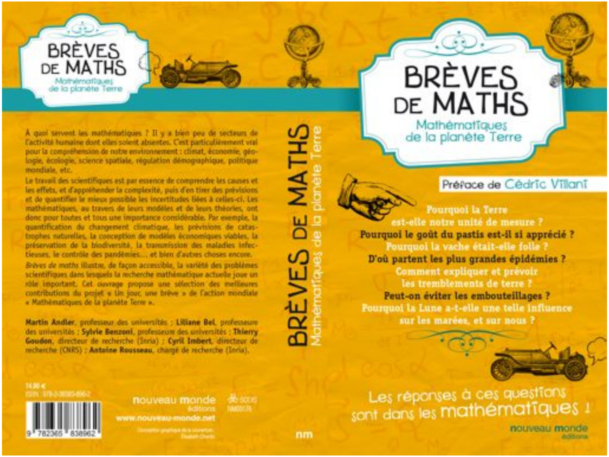
Problème de dépollution de lac

Simulation d'avalanches

Simulation d'avalanches

P. Saramito, CNRS

A consulter à la doc !



MERCI !

Antoine ROUSSEAU,
INRIA, Equipe LEM0N

Fonçez sur www.breves-de-maths.fr ! ! !