L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
    - Addition de chiffres ou de nombres
    - Représentation des chiffres décimaux
    - Addition des nombres
        - Comptometer
        - Hélice de retenues
    - Soustraction
    - Exemples (addition/soustraction)
        - Thales Klein Addier
        - Olivetti Summa Quanta
        - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
    - Multiplication semi-automatique
    - Multiplication automatique
    - Actionneur
    - Multiplication directe
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

© Alain Guyot 2013

Division

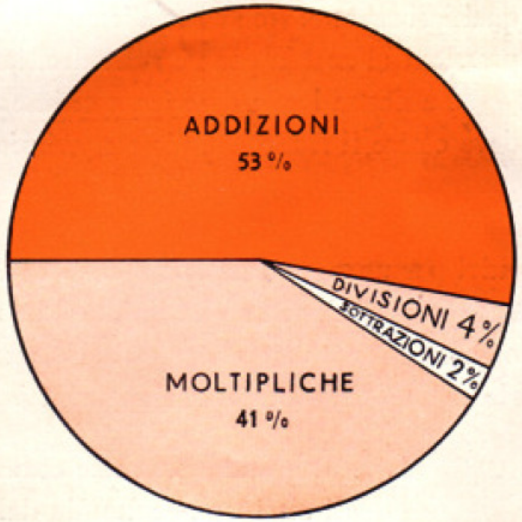
Diviser pour régner (Machiavel)

La division a été automatisée avant la multiplication

TABELLA INDICATIVA
DELLE PERCENTUALI DI TEMPO IMPIEGATO IN:
ADDIZIONI · MOLTIPLICHE · DIVISIONI · SOTTRAZIONI

	Addiz.	Molt.	Div.	Sott.
Fonderie	40	50	5	5
Cartiere	55	43	1	1
Caseifici	56	40	2	2
Lanifici	53	39	5	3
Prodotti Chimici	75	20	3	2
Assicurazioni	65	32	2	1
Drapperie (grossisti)	68	26	4	2
Coloniali	49	43	4	4
Fabbriche Colori e Vernici	38	56	2	4
Fabbriche Ferramenta	48	48	2	2
Cotonifici	50	40	9	1
Calzaturifici	57	40	2	1
Chincaglierie	20	70	7	3
Miniere	75	20	3	2
Prodotti Petrolio	51	40	6	3
Jutifici	60	30	7	3
Ferri e Metalli	50	48	1	1
Concerie	60	35	4	1
Tipo–Litografie	65	32	2	1
Lavorazione Piombo	39	56	1	4
Legnami	68	29	2	1
Alimentari	53	45	1	1
Acciaierie	41	39	18	2
Forniture per Automobili	50	45	2	3
Ferramenta (grossisti)	29	69	1	1
Media complessiva	53 %	41 %	4 %	2 %

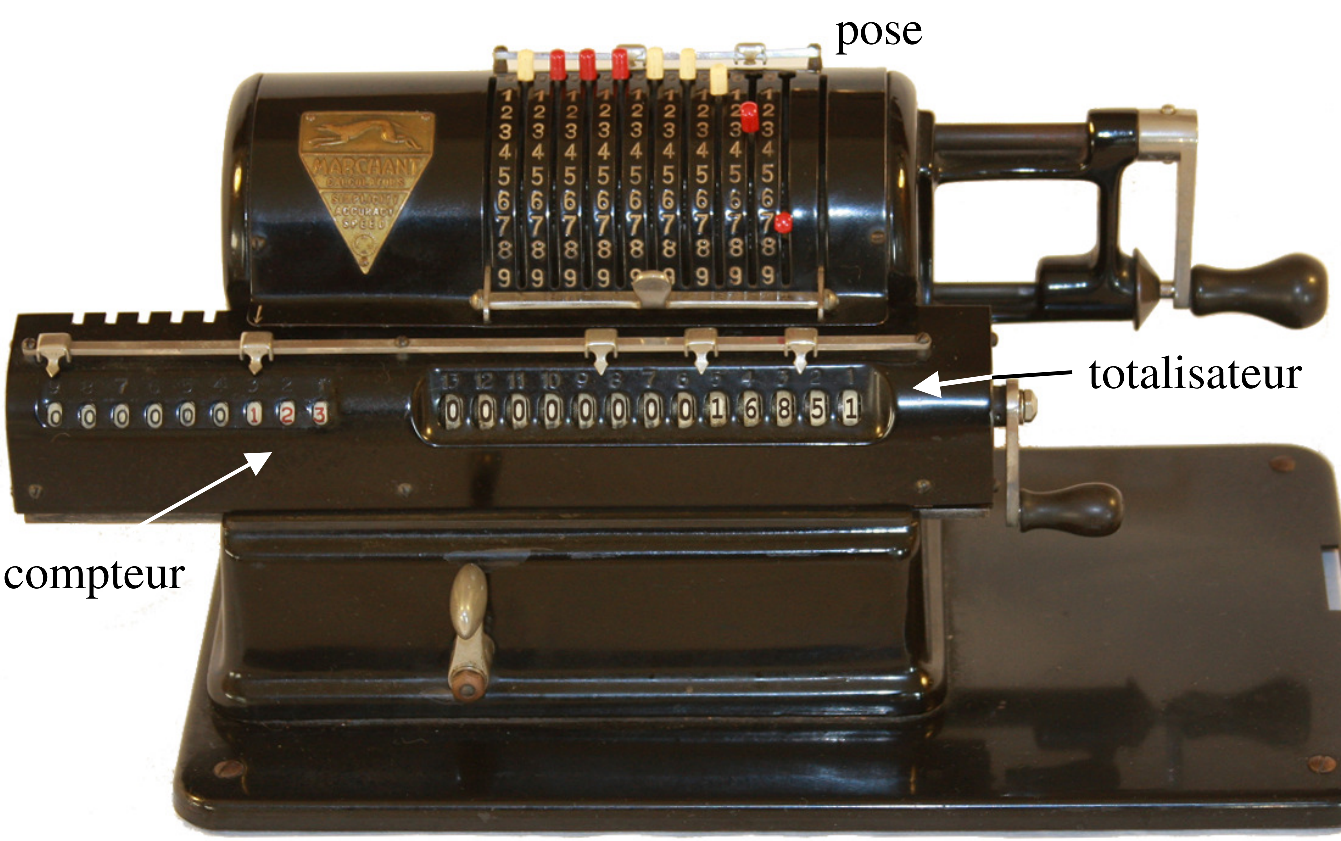
La percentuale di tempo risultante dalla tabella, è espressa graficamente in questo diagramma



publicité de 1924

Questa tabella fu composta in base alle informazioni fornite dalle Aziende trattanti i rami indicati.

Division



Si compteur et totalisateurs initialisés à 0 : compteur × pose = totalisateur
(ici 000000123 × 000000137 = 0000000016851)
Cela peut se lire aussi : totalisateur ÷ pose = compteur

© Alain Guyot 2013

Évolution des machines

Évolution du compteur

- pas de compteur (Leibniz)
- rondelles incrémentées/décrémentées à chaque tour sans propagation de retenue [1]
- compteur à propagation de retenue incrémenté/décrémenté
- détection automatique de la première opération pour compter
  (#additions – #soustractions) ou (#soustractions – #additions)

Évolution du totalisateur

- addition/soustraction par changement de sens de la manivelle
- addition/soustraction déterminée par levier "+" ou "–"

Actions lors du changement de signe du totalisateur

- la machine se bloque (Léon Bollée #1)
- une sonnette tinte
- on change la position du levier "+" ou "–"
- on change la position du levier "+" ou "–" et on décale le chariot

Ces perfectionnements ont rendu la division semi-automatique ou automatique

[1] Pour compter positivement ou négativement la rondelle a 19 dents: 9876543210123456789

© Alain Guyot 2013

Division manuelle à restauration

On veut diviser 16851 par 137. On introduit le dividende 16851 dans le totalisateur puis on pose le diviseur 137. On aligne le tout et remet à zéro le compteur de tours.

On tourne la manivelle dans le sens de la soustraction jusqu'au coup de sonnette.
On a fait une soustraction de trop, donc on tourne la manivelle dans le sens addition, re-coup de sonnette, on décale le chariot vers les poids faibles.
On recommence ces étapes tant que le chariot peut être décalé.

Pendant ce temps le compte tour compte fidèlement les (soustractions – additions)

$$123 = 1 \times 100 + 2 \times 10 + 3$$

```
 000016851    0000
−0000137      0100
=000003151
−0000137      0200
=999989450
+0000137      0100
=000003151
−00000137     0110
=000001781
−00000137     0120
=000000411
−00000137     0130
=999999040
+00000137     0120
=000000411
−000000137    0121
=000000274
−000000137    0122
=000000137
−000000137    0123
=000000000
−000000137    0124
=999999862
+000000137    0123
=000000000
```

© Alain Guyot 2013

Division manuelle sans restauration

On veut diviser 16851 par 137. On introduit le dividende 16851 dans le totalisateur puis on pose le diviseur 137. On aligne le tout et remet à zéro le compteur de tours.

On tourne la manivelle dans le sens de la soustraction jusqu'au coup de sonnette.
On décale le chariot vers les poids faibles.
On tourne la manivelle dans le sens de l'addition jusqu'au coup de sonnette.
On décale le chariot vers les poids faibles.
On recommence ces étapes tant que le chariot peut être décalé.

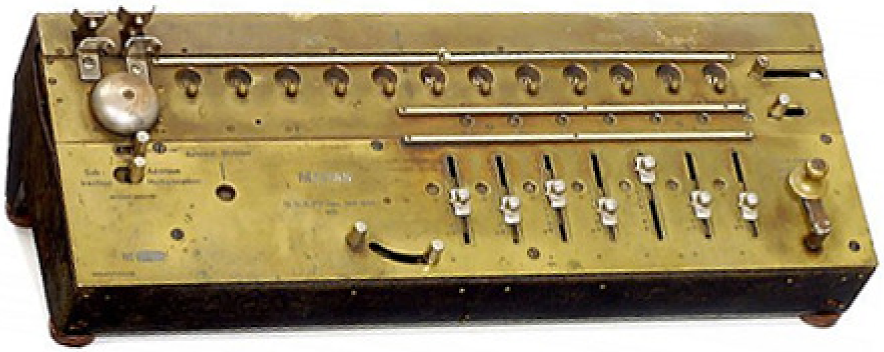
Pendant ce temps le compte tour compte fidèlement les (soustractions – additions)

$$123 = 1 \times 100 + (10 - 8) \times 10 + 3$$

000016851	0000
−0000137	0100
=000003151	
−0000137	0200
=999989450	
+00000137	0190
=999990820	
+00000137	0180
=999992190	
+00000137	0170
=999993560	
+00000137	0160
=999994930	
+00000137	0150
=999996300	
+00000137	0140
=999997670	
+00000137	0130
=999999040	
+000000137	0120
=000000411	
−000000137	0121
=000000274	
−000000137	0122
=000000137	
−000000137	0123
=000000000	

Division automatique

En 1908 la MADAS (**M**ultiplie, **A**dditionne, **D**ivise **A**utomatiquement, **S**oustrait) de l'ingénieur suisse Hans W. Egli exécute <u>automatiquement la division</u> (après alignement manuel)



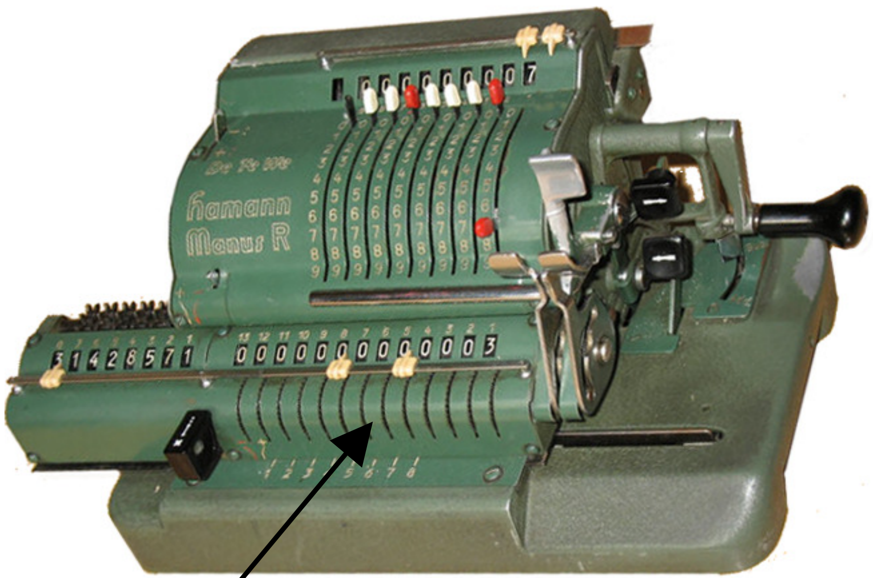
En mai 1932 l'Institut Franklin de Philadelphie décerna à la compagnie Monroe la médaille « John Price Wetherill » pour la réalisation en 1922 d'une machine faisant complètement automatiquement les quatre opérations élémentaires de l'arithmétique : addition, soustraction, <u>multiplication et division</u> (juste 100 ans après Thomas de Colmar)

Division à restauration (dépassement annulé)
Monroe, Madas, Hamann, Rheinmetall, Olivetti …

Division sans restauration (division oscillante)
Mercedes, Diehl, …

© Alain Guyot 2013

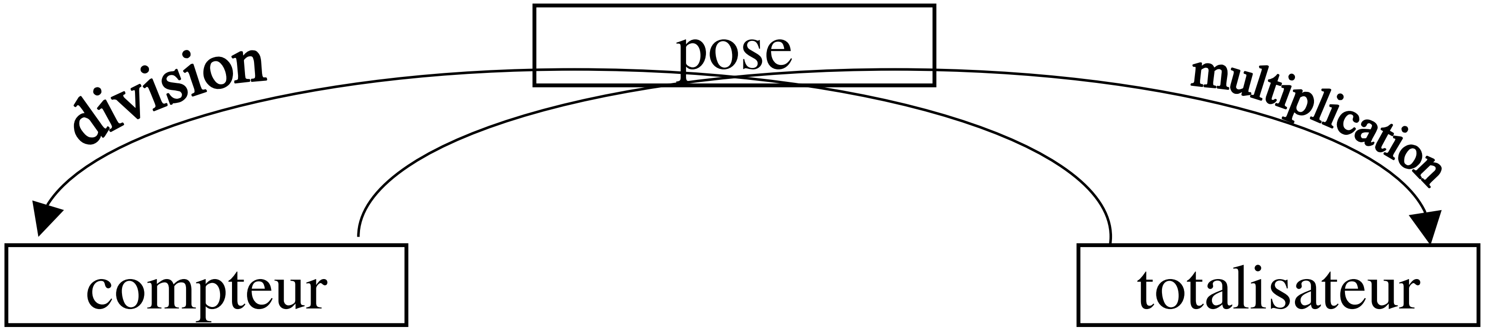
Division automatique (cont.)



molettes pour initialiser le totalisateur

Division automatique Hamann Manus R

- contrôles à "moins" et "mult"
- dividende dans totalisateur (à gauche)
- diviseur dans pose
- aligner
- tourner la manivelle jusqu'à ce que le chariot soit complètement à gauche



compteur = totalisateur ÷ pose

totalisateur = compteur × pose

© Alain Guyot 2013

L’exposé pas à pas

- Les précurseurs (convenus) des ordinateurs
- Ont-ils tout inventé ?
- Addition mécanique
    - Addition de chiffres ou de nombres
    - Représentation des chiffres décimaux
    - Addition des nombres
        - Comptometer
        - Hélice de retenues
    - Soustraction
    - Exemples (addition/soustraction)
        - Thales Klein Addier
        - Olivetti Summa Quanta
        - Tchebychev et Marchant
- Multiplication mécanique
    - Multiplication semi-automatique
    - Multiplication automatique
    - Multiplication directe
    - Actionneur
- Division mécanique
- Racine carrée mécanique

© Alain Guyot 2013

Racine carrée

Plusieurs moyens d'extraire une racine carrée en fonction de la machine dont on dispose:

crayon/papier :

méthode essai-erreur qu'on enseignait au lycée (en 3^{em})

machine addition/soustraction/décalage

méthode qu'on enseignait au lycée (en 3^{em})
algorithme de Töpler [1]
un mélange des deux

machine addition/soustraction/multiplication/division

algorithme babylonien [2] (suites convergentes)

machine Friden SRW10 (méthode des 5)

appuyer sur le bouton √

[1] Développé par le professeur Auguste Töpler de Riga pour l'arithmomètre de Thomas (vers 1860).
Proposé par Léon Bollée dans le manuel de sa machine
(Bulletin de la Société d'Encouragement pour l'Industrie Nationale de 1895).

[2] Algorithme de Héron d'Alexandrie, appliqué à 2 dans une tablette d'argile babylonienne

© Alain Guyot 2013

Racine carrée par divisions

$$\sqrt{15705369}$$

Par utilisation de la méthode babylonienne (ou des suites convergentes).
Le radicande étant pris comme dividende.
On effectue une première division avec pour diviseur une racine approchée (par défaut ou par excès peu importe).

On effectue la moyenne arithmétique (diviseur + quotient)/2. C'est le nouveau diviseur.

On refait la division avec le même dividende et avec le nouveau diviseur.
Et ainsi de suite (l'écart diviseur – quotient s'amenuise à chaque passe).

Quand l'écart diviseur – quotient est inférieur à 2, on a la la racine.

Cette méthode est très démonstrative des transferts des éléments de calcul de l'Olivetti Tetractys 24 (Alain Billerey).

```
-----------  <*
15705369 ++
15705369 <:
    4000 <:
    3926 <T
    1369 <T

    4000 <+
    3926 <+X
    7926 <:
       2 <:
    3963 <T
         <T

15705369 0+
15705369 <:
    3963 <T
    3963 <T
         <T
```

Cet algorithme est proposé par Louis Couffignal pour sa machine IBP (institut B. Pascal)

Algorithme de Töpler

La somme des premiers nombres impaires successifs est un carré.

$1 = 1^2$

$1 + 3 = 4 = 2^2$

$1 + 3 + 5 = 9 = 3^2$

$1 + 3 + 5 + 7 = 16 = 4^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 = 25 = 5^2$

$1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 = 36 = 6^2$

$$S_n = \sum_{i=1}^{n} (2i - 1) = 1 + 3 + 5 + \cdots + (2\mathrm{n} - 3) + (2\mathrm{n} - 1) = \mathrm{n}^2$$

On peut donc penser soustraire du radicande, tant qu'il reste positif, les nombres impairs successifs et les compter. Soit R le radicande et n la racine:

```
Tantque R ≥ 0 faire
        n = n + 1 ;
        R = R – (2 × n – 1) ;
```

C'est long si le radicande est grand !

© Alain Guyot 2013

Exemple

$$\sqrt{135}$$

```
 1.   135 -  1 = 134
 2.   134 -  3 = 131
 3.   131 -  5 = 126
 4.   126 -  7 = 119
 5.   119 -  9 = 110
 6.   110 - 11 =  99
 7.    99 - 13 =  86
 8.    86 - 15 =  71
 9.    71 - 17 =  54
10.    54 - 19 =  35
11.    35 - 21 =  14
```

On a soustrait 100 qui est un carré facile.
On aurait pu aller directement au pas 11

$$135 = 11 \times 11 + 14$$

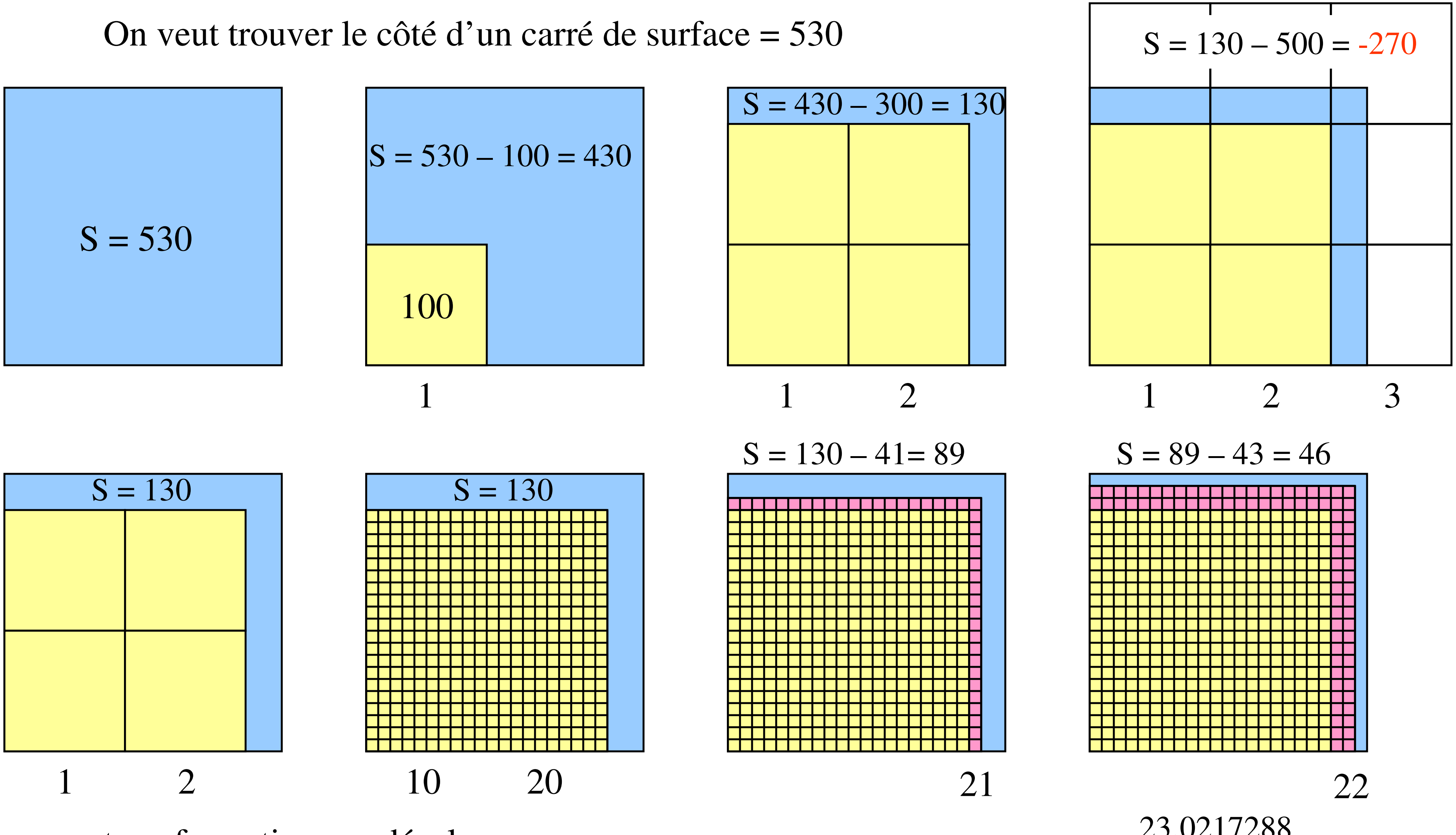
Somme des dix premiers nombres impairs

1	3	5	7	9
+19	+17	+15	+13	+11
=20	=20	=20	=20	=20

© Alain Guyot 2013

Explication graphique

On veut trouver le côté d'un carré de surface = 530



transformation par décalages

© Alain Guyot 2013

Algorithmes manuels (Töpler en noir)

$$\sqrt{15705369}$$

n	2 × n – 1	reste R
1	1	**15**705369
2	3	**14**705369
3	5	**11**705369
4	7	**6**705369
31	61	**670**5369
32	63	**609**5369
33	65	**546**5369
34	67	**481**5369
35	69	**414**5369
36	71	**345**5369
37	73	**274**5369
38	75	**201**5369
39	77	**126**5369
40	78	**49**5369
391	781	**4953**69
392	782	**4172**69
393	785	**3389**69
394	787	**2604**69
395	789	**1817**69
396	791	**1028**69
397	793	**237**69
3961	7921	**23769**
3962	7923	**15848**
3963	7925	**7925**
		0

(plus grand d tq. $d \times d \leq 15$, $d = 3$)

la soustraction 6-7 serait négative donc $n < 4$

(plus grand d tq. $(3 \times 20 + d) \times d \leq 670$, $d = 9$)

Algorithme qu'on enseignait au lycée, qui consiste à « cerner » chaque chiffre de la racine par quelques essais

la soustraction 49-78 serait négative donc $n < 40$

(plus grand d tq. $(39 \times 20 + d) \times d \leq 4953$, $d = 6$)

la soustraction 237-791 serait négative donc $n < 376$

(plus grand d tq. $(396 \times 20 + d) \times d \leq 23769$, $d = 3$)

© Alain .3

Racine carrée automatique

L'ingénieur Grant C. Ellerbeck et sa machine Friden (1950)

© Alain Guyot 2013

Mécanisation de l’algorithme

n	$2 \times n - 1$	reste R	
1	1	**15**	705369
2	3	**14**	705369
3	5	**11**	705369
31	61	**670**	5369
32	63	**609**	5369
33	65	**546**	5369
34	67	**481**	5369
35	69	**414**	5369
36	71	**345**	5369
37	73	**274**	5369
38	75	**201**	5369
39	77	**126**	5369
391	781	**4953**	69
392	783	**4172**	69
393	785	**3389**	69
394	787	**2604**	69
395	789	**1817**	69
396	791	**1028**	69
3961	7921	**23769**	
3962	7923	**15848**	
3963	7925	**7925**	
		0	

Matérialisation de l’algorithme :
n est incrémenté par le compteur de tour
$(2 \times n - 1)$ est calculé dynamiquement

Chaque fois que $R < 0$
- R est restauré à la valeur précédente
- R est décalé de 2 positions à gauche
- n est décalé de 1 position à gauche

Remarque :
$(2 \times n - 1)$ est très difficile à calculer.
On calcule $(2 \times n + 1)$ en initialisant n à 0

$(2 \times n + 1)$ est facile à calculer en binaire
mais difficile à calculer en décimal.
On préfère calculer $(10 \times n + 5)$

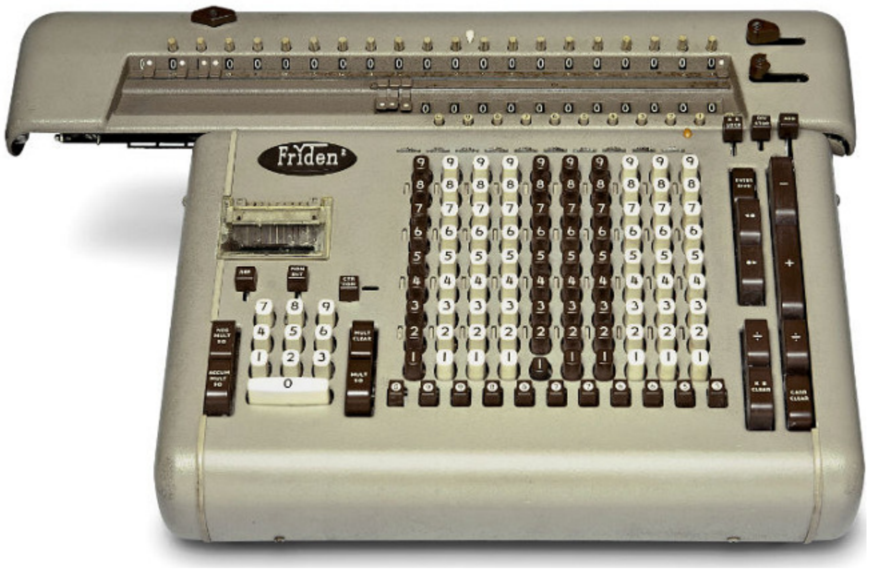
© Alain Guyot 2013

Algorithme de la Friden

« Méthode des 5 »

On multiplie le radicande par 5 (5 additions dans le totalisateur).
On multiplie les nombres impairs successifs par 5.
On commence avec n = 0. Lors de la restauration on n'incrémente pas n.

Ainsi $(2 \times n - 1)$ devient $(10 \times n + 5)$, dont les premiers chiffres sont n
et le dernier toujours 5



© Alain Guyot 2013

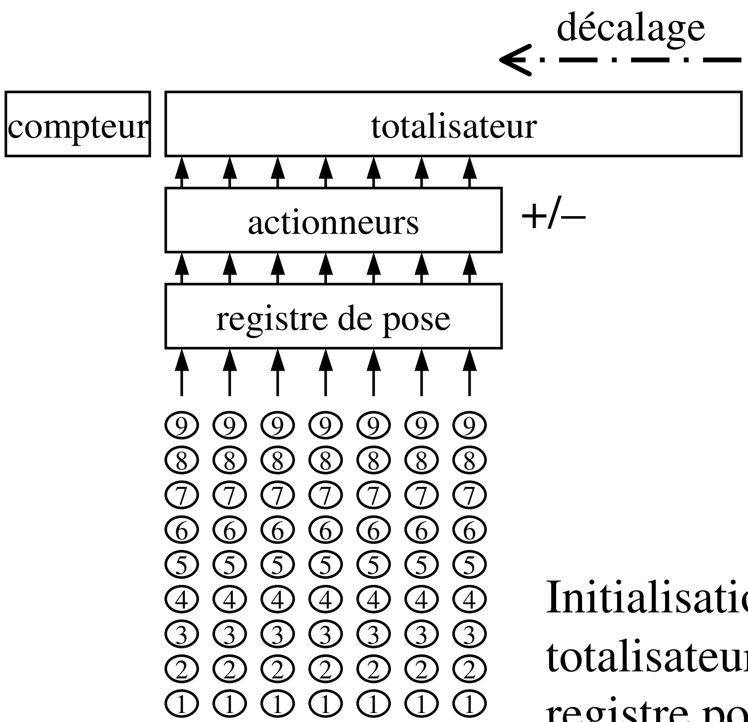
$$\sqrt{15705369} = \sqrt{\frac{78526845}{5}} = 3963$$

compteur n	pose & actionneur $10 \times n + 5$	totalisateur reste R	
0	05	**78**526845	
1	15	**63**526845	
2	25	**58**526845	
3	35	**33**526845	
4	45	**9999998**526845	R < 0, restauration à la ligne précédente
30	305	**3352**6845	décalage de R à gauche et de n à droite
31	315	**3047**6845	
32	325	**2732**6845	
33	335	**2407**6845	
34	345	**2072**6845	
35	355	**1727**6845	
36	365	**1372**6845	
37	375	**1007**6845	
38	385	**632**6845	
39	395	**247**6845	
40	305	**9999852**6845	R < 0, restauration à la ligne précédente
390	3905	**24768**45	décalage de R à gauche et de n à droite
391	3915	**20863**45	
392	3925	**16948**45	
393	3935	**13023**45	
394	3945	**9088**45	
395	3965	**5143**45	
396	3975	**1188**45	
397	3985	**9997213**45	R < 0, restauration à la ligne précédente
3960	39605	**118845**	décalage de R à gauche et de n à droite
3961	39615	**79240**	
3962	39625	**39625**	
3963		**0**	

© Alain Guyot 2013

Comparaison division/racine carrée

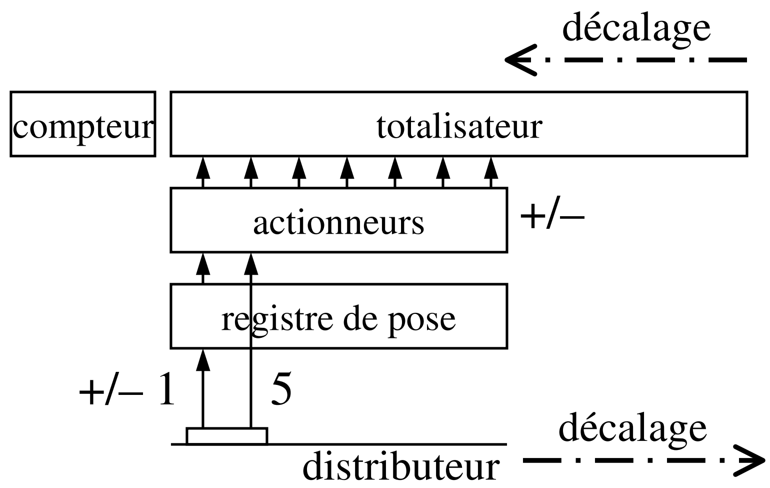
DIVISION



Initialisation division :
totalisateur ← dividende
registre pose ← diviseur
compteur ← 0

Algorithme de division :
totalisateur ← reste partiel
compteur ← quotient partiel

EXTRACTION DE RACINE CARREE

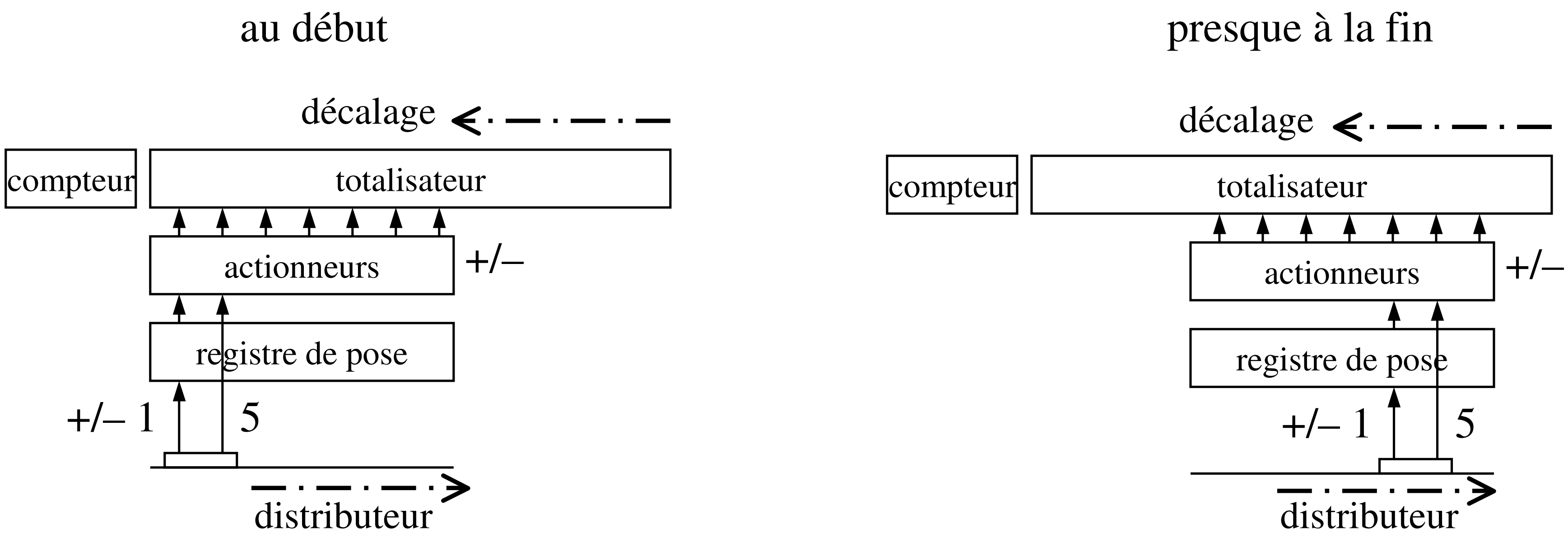


Initialisation racine :
totalisateur ← radicande
registre pose ← 0
compteur ← 0

Algorithme d'extraction :
totalisateur ← reste partiel
compteur ← racine partielle
registre pose ← racine partielle

© Alain Guyot 2013

Racine carrée mécanique

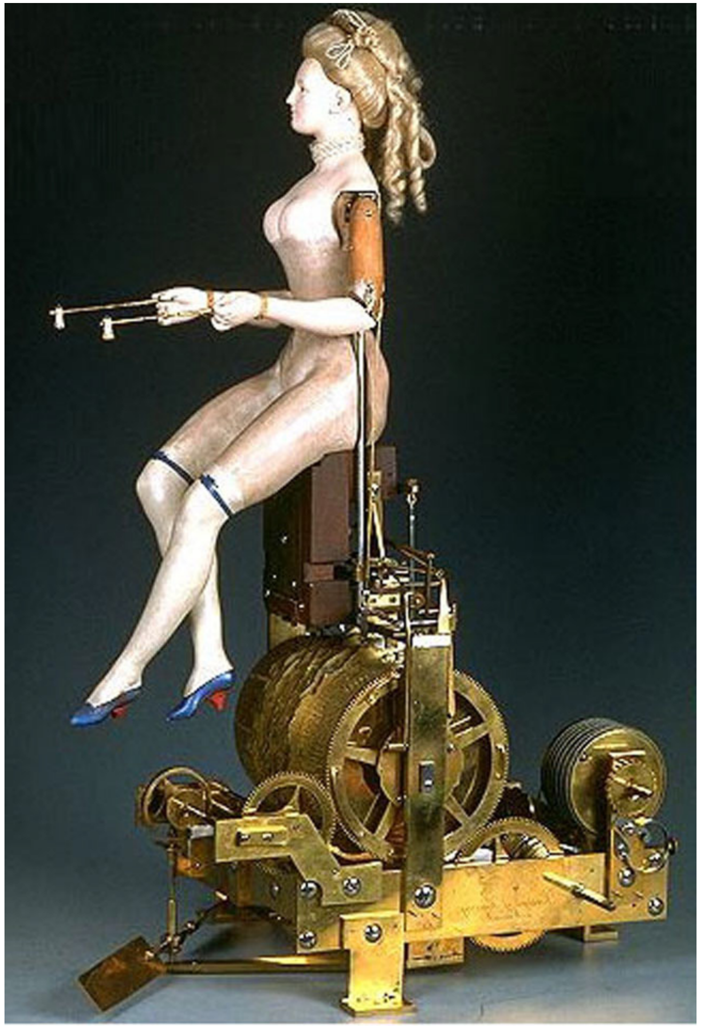


Remarques:

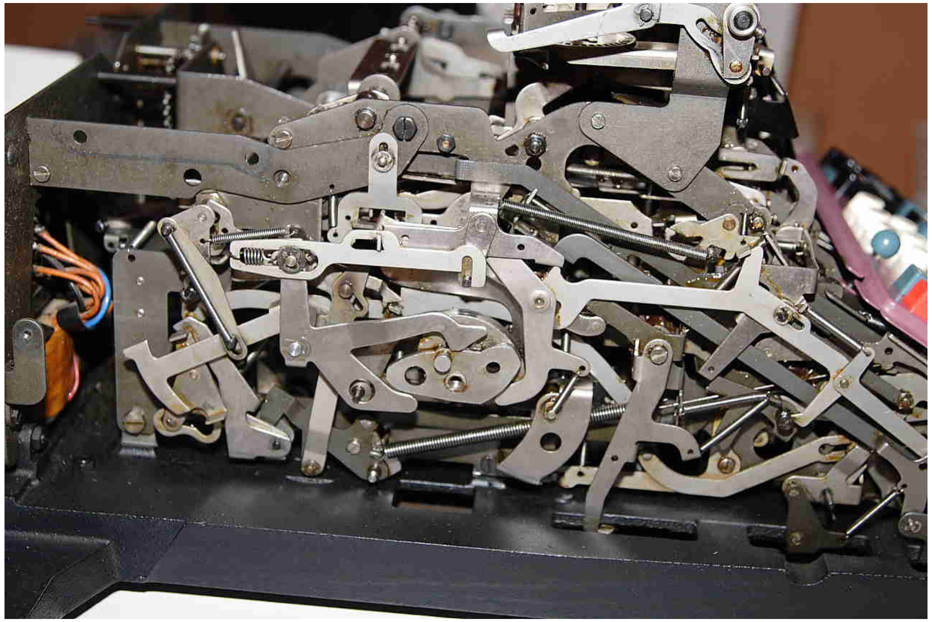
- le compteur compte (#soustractions – #additions)
- "+/– 1" dans le registre de pose s'effectue sans retenue
- le "5" ne va pas dans le registre de pose mais directement dans l'actionneur
- l'algorithme est semblable à la division avec restauration
- quand le totalisateur décale d'un pas à gauche, le distributeur décale d'un pas à droite
- on a dissocié registre de pose et actionneur pour clarifier l'explication

© Alain Guyot 2013

Automate de contrôle



La Joueuse de tympanon (1780)
Musée du CNAM



Les commandes sont générées par des cames et des touches
La distribution des commandes a un aspect irrégulier et chevelu, presque biologique
François Anceau parlerait de conception "spaghetti"

© A[illegible]